- Cuando deseamos conocer la gráfica de una función, habitualmente hacemos uso de software como Matlab, Mathematica, Maple, Maxima, entre otros.

- Por ejemplo, aquí vemos la gráfica de la función $f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$.
- Raras veces echamos mano de las herramientas que provee el cálculo diferencial, por ejemplo:
  - El criterio de la primera derivada para identificar puntos críticos (como máximos, mínimos y puntos de inflexión) y para determinar si la función en cuestión es creciente o decreciente.
  - El criterio de la segunda derivada para determinar si la función es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.
  - El cálculo de límites para determinar el comportamiento de la función cuando x tiende a un valor concreto.

- Resulta natural entonces preguntarse por qué es necesario aprender todas estas técnicas del cálculo diferencial, si la gráfica de una función puede obtenerse hoy en día en forma casi inmediata por medio de software desarrollado para este propósito.
- En esta sesión trataremos de dar respuesta a esta pregunta luego de revisar los dos temas que hoy nos ocupan: las reglas de L'Hospital y la fórmula de Taylor.

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

II. Objetivos
Regla de L'Hospital y fórmula de Taylor

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

Objetivos:

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

Objetivos:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas.

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

Objetivos:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar cuándo pueden aplicarse.

II. Objetivos
Regla de L'Hospital y fórmula de Taylor

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

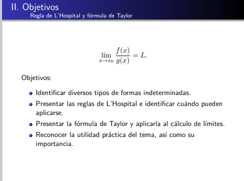
Objetivos:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar cuándo pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor y aplicarla al cálculo de límites.

En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

II. Objetivos



En ocasiones, en el cálculo de límites aparecen ciertas expresiones cuya reducción no es evidente por inspección.
A estas expresiones se les llama *formas indeterminadas*.
Los objetivos de la sesión de hoy son:

- Identificar diversos tipos de formas indeterminadas en el contexto del cálculo de límites.
- Presentar las reglas de L'Hospital e identificar a qué tipo de indeterminaciones pueden aplicarse.
- Presentar la fórmula de Taylor, aplicarla al cálculo de límites e identificar para qué tipo de indeterminadas puede usarse.
- Reconocer la utilidad práctica del tema y su importancia como herramienta del cálculo diferencial.

Recordemos brevemente el concepto de límite:

- En un sentido intuitivo, decir que $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$ significa que cuando x está cerca de x_0, pero no en x_0, la función $f(x)$ está cerca de L.
- En otras palabras, la diferencia entre $f(x)$ y L se puede hacer arbitrariamente pequeña con tal que x esté lo suficientemente cerca de x_0 pero sea diferente de x_0.
- ¿Pero qué tan cerca de x_0? ¿Cuánto es suficiente? Esto se establece en la definición formal de límite a través de los números ϵ y δ (notemos que primero se da el número ϵ y luego debe hallarse el valor de δ que satisface la respectiva desigualdad).

Notación:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L.$$

Recordemos brevemente el concepto de límite:

- En un sentido intuitivo, decir que $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$ significa que cuando x está cerca de x_0, pero no en x_0, la función $f(x)$ está cerca de L.
- En otras palabras, la diferencia entre $f(x)$ y L se puede hacer arbitrariamente pequeña con tal que x esté lo suficientemente cerca de x_0 pero sea diferente de x_0.
- ¿Pero qué tan cerca de x_0? ¿Cuánto es suficiente? Esto se establece en la definición formal de límite a través de los números ϵ y δ (notemos que primero se da el número ϵ y luego debe hallarse el valor de δ que satisface la respectiva desigualdad).

III. Reglas de L'Hospital
Fundamentos teóricos — El concepto de límite

Notación:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L.$$

Definición de límite

Se dice que el número L es el *límite de la función* f en x_0 si para cada número $\epsilon > 0$, existe un número $\delta > 0$ tal que siempre que x esté en el dominio de f y $0 < |x - x_0| < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \epsilon$.

Recordemos brevemente el concepto de límite:

- En un sentido intuitivo, decir que $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$ significa que cuando x está cerca de x_0, pero no en x_0, la función $f(x)$ está cerca de L.
- En otras palabras, la diferencia entre $f(x)$ y L se puede hacer arbitrariamente pequeña con tal que x esté lo suficientemente cerca de x_0 pero sea diferente de x_0.
- ¿Pero qué tan cerca de x_0? ¿Cuánto es suficiente? Esto se establece en la definición formal de límite a través de los números ϵ y δ (notemos que primero se da el número ϵ y luego debe hallarse el valor de δ que satisface la respectiva desigualdad).

III. Reglas de L'Hospital

Notación:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L.$$

Definición de límite

Se dice que el número L es el *límite de la función* f en x_0 si para cada número $\epsilon > 0$, existe un número $\delta > 0$ tal que siempre que x esté en el dominio de f y $0 < |x - x_0| < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \epsilon$.

Recordemos brevemente el concepto de límite:

- En un sentido intuitivo, decir que $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ significa que cuando x está cerca de x_0, pero no en x_0, la función $f(x)$ está cerca de L.
- En otras palabras, la diferencia entre $f(x)$ y L se puede hacer arbitrariamente pequeña con tal que x esté lo suficientemente cerca de x_0 pero sea diferente de x_0.
- ¿Pero qué tan cerca de x_0? ¿Cuánto es suficiente? Esto se establece en la definición formal de límite a través de los números ϵ y δ (notemos que primero se da el número ϵ y luego debe hallarse el valor de δ que satisface la respectiva desigualdad).

Notación:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L.$$

Definición de límite

Se dice que el número L es el *límite de la función* f en x_0 si para cada número $\epsilon > 0$, existe un número $\delta > 0$ tal que siempre que x esté en el dominio de f y $0 < |x - x_0| < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \epsilon$.

Recordemos brevemente el concepto de límite:

- En un sentido intuitivo, decir que $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ significa que cuando x está cerca de x_0, pero no en x_0, la función $f(x)$ está cerca de L.
- En otras palabras, la diferencia entre $f(x)$ y L se puede hacer arbitrariamente pequeña con tal que x esté lo suficientemente cerca de x_0 pero sea diferente de x_0.
- ¿Pero qué tan cerca de x_0? ¿Cuánto es suficiente? Esto se establece en la definición formal de límite a través de los números ϵ y δ (notemos que primero se da el número ϵ y luego debe hallarse el valor de δ que satisface la respectiva desigualdad).

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital
Fundamentos teóricos — Formas indeterminadas

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital
Fundamentos teóricos — Formas indeterminadas

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x \ln(1/x)$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\text{lím}_{x\to 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\text{lím}_{x\to 0} \frac{\ln(1/x^2)}{\cot(x^2)}$
$[0\cdot\infty]$	$\text{lím}_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\text{lím}_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital

Fundamentos teóricos — Formas indeterminadas

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1/x^2)}{\cot(x^2)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$
$[1^\infty]$	$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

III. Reglas de L'Hospital

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\text{lím}_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\text{lím}_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\text{lím}_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\text{lím}_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\text{lím}_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\text{lím}_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$
$[1^\infty]$	$\text{lím}_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$
$[1^\infty]$	$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

└ III. Reglas de L'Hospital

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln(1/x)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x)-\frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$
$[1^\infty]$	$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

Tipo	Ejemplo
$[0/0]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$
$[\infty/\infty]$	$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(1/x^2\right)}{\cot\left(x^2\right)}$
$[0\cdot\infty]$	$\lim_{x\to 0^+} x\ln\left(1/x\right)$
$[\infty-\infty]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} \left(\tan(x) - \frac{1}{\pi-2x}\right)$
$[0^0]$	$\lim_{x\to 0^+} x^x$
$[\infty^0]$	$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\tan(x))^{\cos(x)}$
$[1^\infty]$	$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

- Dentro del escenario de los límites con cierta frecuencia se presentan formas indeterminadas, es decir, expresiones cuya reducción no es evidente por inspección, como las que se aprecian en este cuadro con sus respectivos ejemplos.
- Las formas indeterminadas de los tipos $[0/0]$ y $[\infty/\infty]$ son las más comunes.
- Existe un método para dar tratamiento a estos casos particulares cuando no es posible hacer manipulaciones algebraicas que permitan la cancelación de factores comunes para evaluar el límite, conocido como *Reglas de L'Hospital* y que veremos en esta ocasión.
- Los límites que involucran los demás tipos de indeterminaciones con frecuencia pueden reducirse a los tipos $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$ mediante manipulaciones algebraicas o por medio del uso de logaritmos.

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

III. Reglas de L'Hospital

Fundamentos teóricos — Primera regla

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

(i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

(i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

III. Reglas de L'Hospital

Fundamentos teóricos — Primera regla

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

(i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

III. Reglas de L'Hospital

Fundamentos teóricos — Primera regla

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

(i) $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

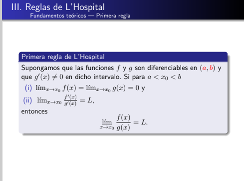
(i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.



III. Reglas de L'Hospital
Fundamentos teóricos — Primera regla

Primera regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

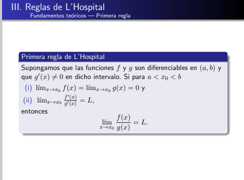
(i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.



- La primera regla de L'Hospital permite evaluar únicamente límites del tipo $[0/0]$: una vez identificado este caso en un límite, éste puede reemplazarse por el límite del cociente de las derivadas, ya que este último es igual al primero.
- Si el límite del cociente de las derivadas continuara siendo una forma indeterminada, podría aplicarse la regla de L'Hospital por etapas tantas veces como fuera necesario para poder evaluar el límite, siempre que las condiciones (i) y (ii) continuaran verificándose en cada etapa.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.
- Es importante notar que la regla de L'Hospital calcula el cociente de las derivadas y no la derivada del cociente.
- La regla puede demostrarse haciendo uso del teorema del valor medio.

- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.

Segunda regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a,b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

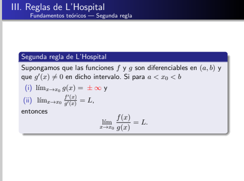
(i) $\lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$ y

(ii) $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

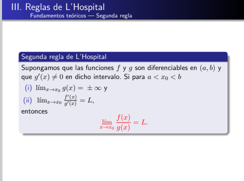
entonces

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.



- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.



- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.

III. Reglas de L'Hospital
Fundamentos teóricos — Segunda regla

Segunda regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a,b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

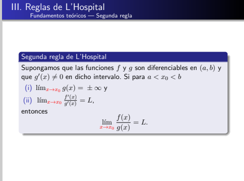
(i) $\lim_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty$ y

(ii) $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x\to a^+}$ y $\lim_{x\to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.



- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.

Segunda regla de L'Hospital

Supongamos que las funciones f y g son diferenciables en (a, b) y que $g'(x) \neq 0$ en dicho intervalo. Si para $a < x_0 < b$

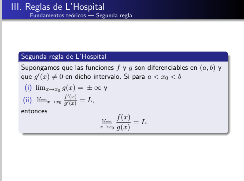
(i) $\lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty$ y

(ii) $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$,

entonces

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = L.$$

- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.

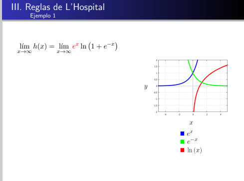


- La segunda regla de L'Hospital permite evaluar cualquier límite del tipo $[\infty/\infty]$ (aunque estrictamente hablando puede aplicarse a indeterminaciones del tipo $[k/\infty]$, no hay caso en hacer esto si k no es ∞, pues de ser así el límite es obviamente 0.
- Al igual que la primera regla de L'Hospital, esta regla puede aplicarse por etapas.
- El teorema se cumple también para $\lim_{x \to a^+}$ y $\lim_{x \to b^-}$. Los casos $a = -\infty$ y $b = \infty$ también se verifican.

III. Reglas de L'Hospital
Ejemplo 1

$\lim_{x\to\infty} h(x) = \lim_{x\to\infty} e^x \ln(1+e^{-x})$

- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1+e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que
$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$
A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.
- Sin embargo, al expresar
$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$
se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.
- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que
$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty,\ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

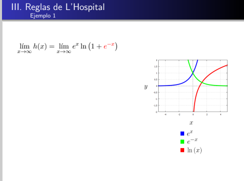
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln\left(1 + e^{-x}\right)}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

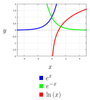
- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 1.$$

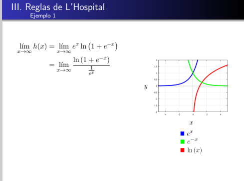


- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que
$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 0.$$
A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.
- Sin embargo, al expresar
$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1 + e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$
se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.
- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que
$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 1.$$

$$\lim_{x\to\infty} h(x) = \lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right)$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que
$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$
A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.
- Sin embargo, al expresar
$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$
se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.
- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que
$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1+e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

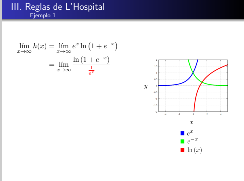
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

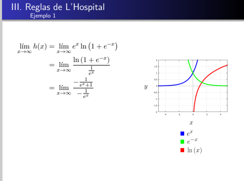
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

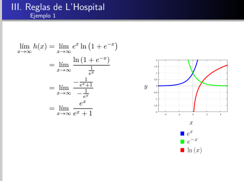
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1 + e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty,\ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0,\ \text{y}\ \lim_{x\to\infty} \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

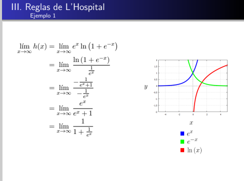
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1 + e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1+e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty,\ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0,\ \text{y}\ \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

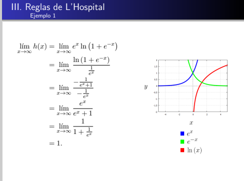
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty,\ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

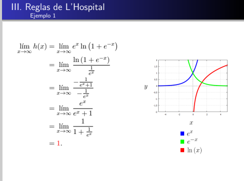
- Sin embargo, al expresar

$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$



- La función que se mostró al inicio de la sesión era $h(x) = e^x \ln(1+e^{-x})$. Al calcular el límite de h cuando x tiende a ∞ se tiene una forma indeterminada, pero del tipo $[\infty \cdot 0]$, ya que

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty, \ \lim_{x\to\infty} e^{-x} = 0, \text{ y } \lim_{x\to\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right) = 0.$$

  A esta forma indeterminada no puede aplicarse directamente ninguna de las reglas de L'Hospital.

- Sin embargo, al expresar

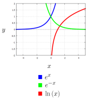
$$h(x) = e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) \text{ como } h(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{\frac{1}{e^x}}$$

  se obtiene una forma indeterminada del tipo $[0/0]$.

- Al aplicar la primera regla de L'Hospital y simplificar, se obtiene que

$$\lim_{x\to\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right) = 1.$$

$$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} e^{x} \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

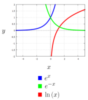


- De manera similar puede obtenerse el límite de h cuando x tiende a $-\infty$.
- Puesto que el límite de e^{-x} es ∞ cuando x tiende a $-\infty$, en este caso el límite de h es igual con cero.

III. Reglas de L'Hospital

Ejemplo 2

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} h(x) &= \lim_{x\to-\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right)\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{\ln\left(1+e^{-x}\right)}{\frac{1}{e^x}}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\frac{1}{e^x+1}}{-\frac{1}{e^x}}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{e^x+1}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{e^x}}\end{aligned}$$

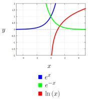


- De manera similar puede obtenerse el límite de h cuando x tiende a $-\infty$.
- Puesto que el límite de e^{-x} es ∞ cuando x tiende a $-\infty$, en este caso el límite de h es igual con cero.

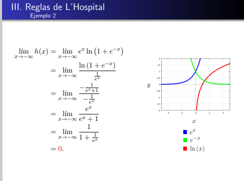
III. Reglas de L'Hospital

Ejemplo 2

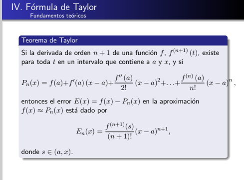
$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} h(x) &= \lim_{x\to-\infty} e^x \ln\left(1+e^{-x}\right)\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{\ln\left(1+e^{-x}\right)}{\frac{1}{e^x}}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{-\frac{1}{e^x+1}}{-\frac{1}{e^x}}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{e^x+1}\\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{e^x}}\\ &= 0.\end{aligned}$$



- De manera similar puede obtenerse el límite de h cuando x tiende a $-\infty$.
- Puesto que el límite de e^{-x} es ∞ cuando x tiende a $-\infty$, en este caso el límite de h es igual con cero.



- De manera similar puede obtenerse el límite de h cuando x tiende a $-\infty$.
- Puesto que el límite de e^{-x} es ∞ cuando x tiende a $-\infty$, en este caso el límite de h es igual con cero.



- Un polinomio $P_n(x)$ que es igual a una función $f(x)$ y a sus primeras n derivadas en $x = a$, describe a $f(x)$ cerca de a mejor que cualquier otro polinomio de grado a lo más n.
- A este polinomio se le conoce como *polinomio de Taylor*.
- El Teorema de Taylor provee una fórmula para calcular el error cometido al aproximar a una función $f(x)$ por medio de un polinomio de Taylor de grado n.
- A esta forma de expresar el error se le llama *residuo de Lagrange*.
- La demostración del teorema hace uso del teorema del valor medio.

.

$$f(x) = P_n(x) + E_n(x)$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

$$\begin{aligned} f(x) &= P_n(x) + E_n(x) \\ &= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \end{aligned}$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

$$f(x) = P_n(x) + E_n(x)$$
$$= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

IV. Fórmula de Taylor

Notación «O grande»

$$\begin{aligned} f(x) &= P_n(x) + E_n(x) \\ &= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \\ &= P_n(x) + O\left((x-a)^{n+1}\right). \end{aligned}$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

IV. Fórmula de Taylor

Notación «O grande»

$$\begin{aligned} f(x) &= P_n(x) + E_n(x) \\ &= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \\ &= P_n(x) + O\left((x-a)^{n+1}\right). \end{aligned}$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

IV. Fórmula de Taylor

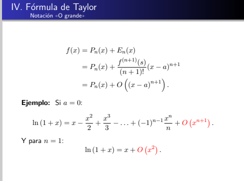
Notación «O grande»

$$
\begin{aligned}
f(x) &= P_n(x) + E_n(x) \\
&= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \\
&= P_n(x) + O\left((x-a)^{n+1}\right).
\end{aligned}
$$

Ejemplo: Si $a = 0$:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + O\left(x^{n+1}\right).$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.



- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

IV. Fórmula de Taylor
Notación «O grande»

$$\begin{aligned} f(x) &= P_n(x) + E_n(x) \\ &= P_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \\ &= P_n(x) + O\left((x-a)^{n+1}\right). \end{aligned}$$

Ejemplo: Si $a = 0$:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + O\left(x^{n+1}\right).$$

Y para $n = 1$:

$$\ln(1+x) = x + O\left(x^2\right).$$

- El error en la fórmula de Taylor es, cerca de a, proporcional a $(x-a)^{n+1}$, lo cual puede escribirse mediante la notación «O grande» en esta forma.
- Por ejemplo, si el polinomio de Taylor se construye alrededor de $a = 0$ (en cuyo caso se llama *polinomio de MacLaurin*), la fórmula de Taylor para la función $\ln(1+x)$ con el error escrito con notación «O grande» es esta.
- Si se empleara un polinomio de grado uno en esta fórmula, $\ln(1+x)$ quedaría expresada de este modo.

IV. Fórmula de Taylor

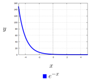
Ejemplo

Si al calcular

$$\lim_{x\to\infty} h(x) = \lim_{x\to\infty} e^{x}\ln\left(1+e^{-x}\right).$$

se sustituye $t = e^{-x}$, $x \to \infty$ corresponde a $t \to 0$:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\infty} h(x) &= \lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}\\ &= \lim_{t\to 0}\frac{t+O\left(t^2\right)}{t}\\ &= \lim_{t\to 0} 1+O(t)\\ &= 1.\end{aligned}$$



- La fórmula de Taylor también puede emplearse para dar tratamiento a formas indeterminadas del tipo $[0/0]$ al evaluar límites.
- Por ejemplo, al hacer la sustitución $t = e^{-x}$, el límite de h cuando x tiende a ∞ puede plantearse en función de t, cuando ésta tiende a 0.
- El resultado confirma el obtenido al evaluar este límite mediante la primera regla de L'Hospital.
- En este caso no puede calcularse el límite cuando x tiende a $-\infty$ con la fórmula de Taylor ya que el polinomio está construido alrededor de 0.
- Notemos que si x tiende a $-\infty$, t tendería en este caso a ∞ y se obtendría una forma indeterminada del tipo $[\infty/\infty]$ y no del tipo $[0/0]$.

V. Aplicación
Regla de L'Hospital y fórmula de Taylor

De

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

sabemos que:

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

De
$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$
sabemos que:

- $\lim_{x \to -\infty} h(x) = 0$.

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

De

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

sabemos que:

- $\lim_{x\to-\infty} h(x) = 0.$
- $\lim_{x\to\infty} h(x) = 1.$

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

De

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

sabemos que:

- $\lim_{x\to -\infty} h(x) = 0$.
- $\lim_{x\to \infty} h(x) = 1$.
- $h(0) = e^0 \ln\left(1 + e^{-0}\right) = \ln(2) \approx 0.7$.

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

De

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

sabemos que:

- $\lim_{x\to-\infty} h(x) = 0.$
- $\lim_{x\to\infty} h(x) = 1.$
- $h(0) = e^0 \ln\left(1 + e^{-0}\right) = \ln(2) \approx 0.7.$
- $h(x)$ es una función creciente para toda x.

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

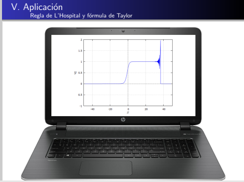
De

$$h(x) = e^x \ln\left(1 + e^{-x}\right)$$

sabemos que:

- $\lim_{x \to -\infty} h(x) = 0.$
- $\lim_{x \to \infty} h(x) = 1.$
- $h(0) = e^0 \ln\left(1 + e^{-0}\right) = \ln(2) \approx 0.7.$
- $h(x)$ es una función creciente para toda x.

- Por medio de la primera regla de L'Hospital hemos concluido que el límite de h cuando x tiende a $-\infty$ es 0. Asimismo, con esta regla se ha visto que el límite de h cuando x tiende a ∞ es 1, resultado que se ha confirmado por medio de la fórmula de Taylor.
- Por otra parte, al evaluar a h en 0 se obtiene aproximadamente 0.7.
- Y adicionalmente, luego de aplicar el criterio de la primera derivada puede concluirse que h es creciente.
- Con toda esta información podemos hacer un rápido esbozo de la función h.

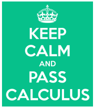


Pero, por medio del software Maxima se obtiene la siguiente gráfica para la función $h(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$... ¡Esto desafía el análisis que acabamos de realizar!

- Claramente la gráfica es incorrecta.
- Cambiar de software no solucionaría el problema puesto que todo software depende de la representación de punto flotante con que las computadoras manejan a los números reales.
- Cambiar de equipo de cómputo tampoco resolvería el problema, pues toda computadora es capaz de representar sólo a un subconjunto del conjunto de los números reales debido a la densidad de éstos.
- El error en la gráfica es provocado por esta limitante.

¡Sí! ¡A veces las computadoras se equivocan!

- Si la gráfica se requiriera para una tarea, tendríamos una mala nota;
- si se requiriera en un examen, probablemente reprobaríamos la materia;
- si una decisión corporativa estuviera basada en esa gráfica, podría haber consecuencias negativas para la compañía y quizá podríamos perder nuestro empleo;
- y si una decisión para el desarrollo nacional se basara en esa gráfica, podría impactar nuestro entorno de forma insospechada.



- ¿Cómo habríamos podido determinar que la gráfica es incorrecta sin haber hecho el análisis previo? ¡Sin éste no habría manera de saberlo!
- Por ello es importante cobrar conciencia del poder de las matemáticas, en este caso del cálculo diferencial.
- No se trata de no usar software. Se trata de aprovecharlo, pero también de emplearlo con cautela.

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo en indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$.

Tres cosas que no hay que olvidar... Bueno, cuatro:

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo para tratar indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$. *Si se emplean para evaluar límites que no son indeterminados, generalmente se llegará a falsas conclusiones*.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible establecer el valor de $\lim_{x\to x_0} f(x)/g(x)$ por medio de las reglas de L'Hospital. *En tal caso es necesario emplear otras técnicas, como el teorema del emparedado*.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función y también para evaluar límites *y dar tratamiento a formas indeterminadas del tipo [0/0]*.
- Los resultados obtenidos por medio de una computadora deben validarse bajo el rigor de las matemáticas, *en este caso particular, bajo el rigor del cálculo diferencial*.

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo en indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible aplicar las reglas de L'Hospital.

Tres cosas que no hay que olvidar... Bueno, cuatro:

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo para tratar indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$. *Si se emplean para evaluar límites que no son indeterminados, generalmente se llegará a falsas conclusiones*.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible establecer el valor de $\lim_{x\to x_0} f(x)/g(x)$ por medio de las reglas de L'Hospital. *En tal caso es necesario emplear otras técnicas, como el teorema del emparedado*.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función y también para evaluar límites *y dar tratamiento a formas indeterminadas del tipo [0/0]*.
- Los resultados obtenidos por medio de una computadora deben validarse bajo el rigor de las matemáticas, *en este caso particular, bajo el rigor del cálculo diferencial*.

VI. Conclusiones
Regla de L'Hospital y fórmula de Taylor

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo en indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible aplicar las reglas de L'Hospital.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función, pero también para evaluar límites del tipo [0/0].

Tres cosas que no hay que olvidar... Bueno, cuatro:

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo para tratar indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$. *Si se emplean para evaluar límites que no son indeterminados, generalmente se llegará a falsas conclusiones*.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible establecer el valor de $\lim_{x\to x_0} f(x)/g(x)$ por medio de las reglas de L'Hospital. *En tal caso es necesario emplear otras técnicas, como el teorema del emparedado*.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función y también para evaluar límites *y dar tratamiento a formas indeterminadas del tipo [0/0]*.
- Los resultados obtenidos por medio de una computadora deben validarse bajo el rigor de las matemáticas, *en este caso particular, bajo el rigor del cálculo diferencial*.

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo en indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible aplicar las reglas de L'Hospital.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función, pero también para evaluar límites del tipo [0/0].
- Los resultados obtenidos por medio de una computadora deben validarse bajo el rigor de las matemáticas.

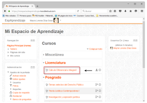
Tres cosas que no hay que olvidar... Bueno, cuatro:

- Las reglas de L'Hospital pueden emplearse sólo para tratar indeterminaciones del tipo $[0/0]$ o $[\infty/\infty]$. *Si se emplean para evaluar límites que no son indeterminados, generalmente se llegará a falsas conclusiones*.
- Si $\lim_{x\to x_0} f'(x)/g'(x)$ no existe, no es posible establecer el valor de $\lim_{x\to x_0} f(x)/g(x)$ por medio de las reglas de L'Hospital. *En tal caso es necesario emplear otras técnicas, como el teorema del emparedado*.
- La fórmula de Taylor puede emplearse para aproximar una función y también para evaluar límites *y dar tratamiento a formas indeterminadas del tipo [0/0]*.
- Los resultados obtenidos por medio de una computadora deben validarse bajo el rigor de las matemáticas, *en este caso particular, bajo el rigor del cálculo diferencial*.

VII. Recursos complementarios

En el sitio de Khan Academy se encuentran algunos recursos electrónicos y ejercicios interactivos complementarios sobre estos temas.

VII. Recursos complementarios



https://miespaciodeaprendizaje.moodlecloud.com

Mayra Lorena Díaz Sosa

@malodi1982

Esta presentación se encuentra disponible en la plataforma virtual *Mi Espacio de Aprendizaje*.

Unidad 4: Diferenciación y Derivadas, Diapositiva 84 de 88

VIII. Bibliografía

Adams, R. y Essex, Ch. (2010).
Calculus, A complete course.
7a. ed. Toronto: Pearson.

Apostol, T. (2009).
Calculus I.
Barcelona: Reverté.

Haaser, N., LaSalle, J. y Sullivan, J. (1998).
Análisis matemático, Vol. I.
México:Trillas.

Spivak, M. (2003).
Calculus.
2a. ed. México: Reverté.

Estos son algunos libros sugeridos para revisar con más detalle los temas vistos en la sesión de hoy y sus respectivas demostraciones, hacer ejercicios y practicar.